수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

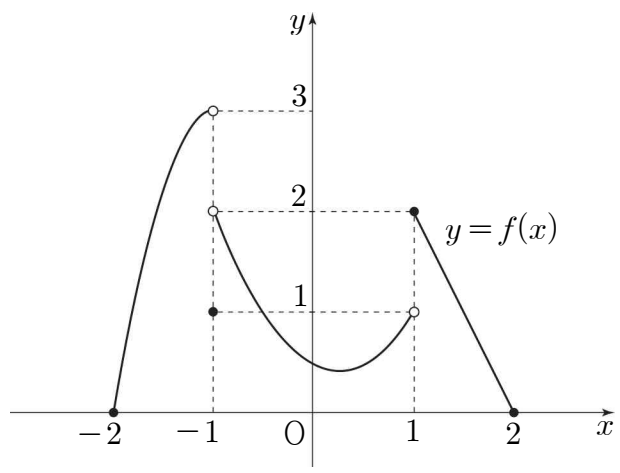
2. 곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 기울기는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 5$이고 $f(0) = 1$일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 원점을 지나는 곡선 $y=2^{x-a}+b$의 점근선이 직선 $y=-4$일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin bx+1$의 주기가 3π이고 최댓값과 최솟값의 차가 6일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt=x^2-3ax+2$$

를 만족시킨다. $f(0)>0$일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 \times a_5 = 36, \quad a_3 + 2a_4 = 2$$

를 만족시킬 때, a_2의 값은? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

9. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = (x^2 + x)f(x)$$

라 하자. $\lim_{h \to 0} \frac{g(1+h)-4}{h} = 9$일 때, $f(1) \times f'(1)$의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

10. 각 A가 예각인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]

(가) $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 15$
(나) 삼각형 ABC의 넓이는 24이다.

① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{65}{8}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{75}{8}$ ⑤ 10

11. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-2a_n & (a_n<0)\\ a_n-3 & (a_n\geq 0)\end{cases}$$

이다.

(나) $a_3=a_1+4$

① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

12. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-11t+8$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 점 P의 가속도가 1이 되는 순간 점 P의 위치는 2이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(28)$의 값은? [4점]

(가) $0 \le x \le 12$인 모든 실수 x에 대하여

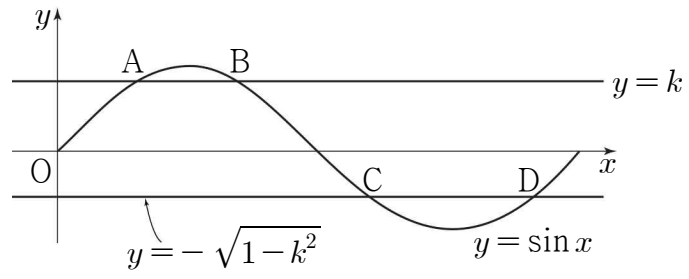
$$\left(\sqrt{2x+1}-1\right)\times f(x)=ax$$

이다. (단, a는 상수이다.)

(나) 모든 실수 k에 대하여 함수 $f(x)$에서 x의 값이 k에서 $k+12$까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{1}{2}$이다.

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

14. 그림과 같이 곡선 $y=\sin x(0 \le x \le 2\pi)$가 직선 $y=k$와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 $y=-\sqrt{1-k^2}$과 만나는 두 점을 C, D라 하자. $\overline{CD}-\overline{AB}=\frac{2}{9}\pi$일 때, 선분 AB의 길이는? (단, k는 $0<k<1$인 상수이다.) [4점]



① $\frac{13}{36}\pi$ ② $\frac{3}{8}\pi$ ③ $\frac{7}{18}\pi$ ④ $\frac{29}{72}\pi$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

15. $p>1$인 상수 p에 대하여 함수 $f(x)=x^2-px$가 있다.
실수 $t(t>-p)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와
직선 $y=x+t$가 만나는 점의 x좌표 중 가장 작은 값을 $\alpha(t)$,
가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자.
열린구간 $(-p, \infty)$에서 정의된 함수

$$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\{|f(x)|-(x+t)\}dx$$

의 최댓값이 $\frac{1}{2}$일 때, p의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

16. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$인 부채꼴의 넓이는 $a\pi$이다. a의 값을 구하시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7}a_{2k}=\sum_{k=1}^{7}\left(k^2-a_{2k-1}\right)$일 때, $\sum_{k=1}^{14}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

18. 방정식

$$\log_2(x-4)=\log_{\frac{1}{2}}(x-6)+3$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

19. x에 대한 방정식 $x^3-3ax^2+40a^2=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1일 때, 양수 a의 값을 구하시오. [3점]

20. 첫째항이 8인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} -2a_n & (a_n \le 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $b_3+b_5=2b_4+6, \quad b_4+b_6=2b_5$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 양수 p와 실수 $k(k \neq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < p) \\ kf(x-p) & (x \geq p) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) x에 대한 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 모든 실근의 합이 $2p$이다.

함수 $g(x)$의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

22. 다음 조건을 만족시키는 곡선 $y=2^{x+1}+k$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y=\log_2(x-k)+1$ 위의 점 C가 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 S라 하자.

(가) 직선 AB의 기울기는 1이다. (나) 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정삼각형이다.

$2^{-S+\frac{2}{3}}$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 타원 $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{7}=1$의 한 초점의 좌표가 $(c, 0)(c>0)$일 때, c의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

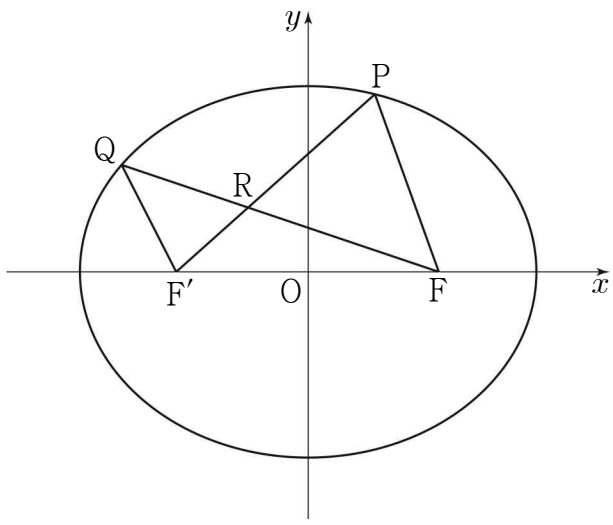
24. 서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 두 벡터

$$\vec{a}+2(\vec{b}-\vec{a}), \quad -2\vec{a}+k\vec{b}$$

가 서로 평행하도록 하는 상수 k의 값은? (단, $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$) [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

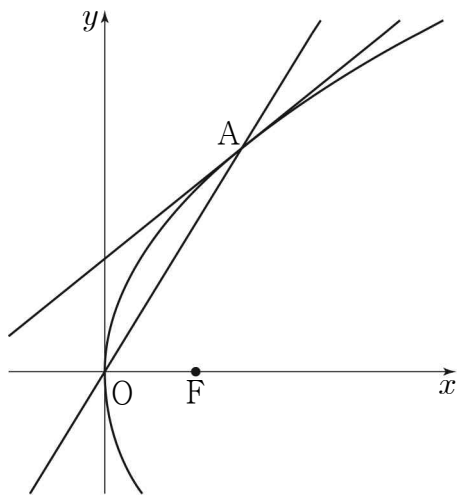
25. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(\sqrt{3}, 0)$, $\mathrm{F}'(-\sqrt{3}, 0)$을 초점으로 하는 타원이 있다. 이 타원 위의 제1사분면에 있는 점 P와 이 타원 위의 제2사분면에 있는 점 Q에 대하여 두 선분 PF′, QF가 만나는 점을 R이라 하자. 삼각형 PRF의 둘레의 길이와 삼각형 QF′R의 둘레의 길이의 합이 12일 때, 이 타원의 단축의 길이는? [3점]



① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

26. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px\,(p > 0)$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선의 기울기와 직선 OA의 기울기의 곱이 $\frac{3}{2}$이다. $\overline{\mathrm{AF}} = 14$일 때, p의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 7 ⑤ $\frac{22}{3}$

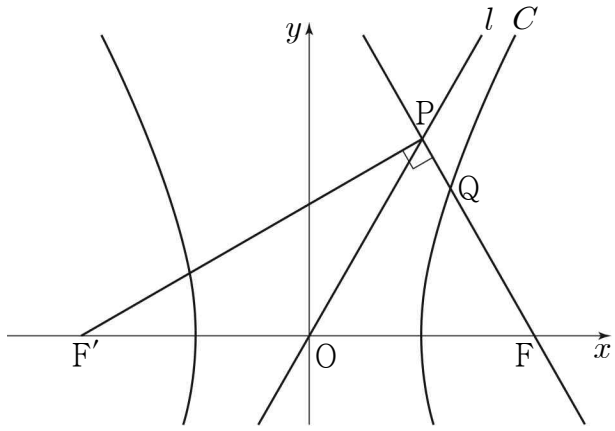


27. 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)(c>0)$인 쌍곡선 C가 있다. 쌍곡선 C의 점근선 중 기울기가 양수인 점근선을 l, 기울기가 음수인 점근선을 m이라 하자. 점 F를 지나고 직선 m에 평행한 직선이 직선 l과 만나는 점을 P, 쌍곡선 C와 만나는 점을 Q라 할 때,

$$\angle \mathrm{F}'\mathrm{PF}=\frac{\pi}{2},\quad \overline{\mathrm{PQ}}=2$$

이다. c의 값은? [3점]

① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

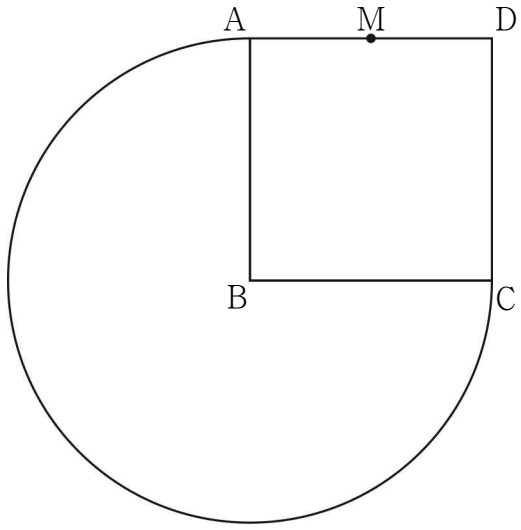


28. 점 $\mathrm{F}(3a, 4a)(a>0)$을 초점으로 하고 준선이 $x=-5a$인 포물선을 C_1, 점 F를 초점으로 하고 준선이 $y=-5a$인 포물선을 C_2라 하자. 두 포물선 C_1, C_2가 만나는 두 점을 A, B($\overline{\mathrm{BF}}<\overline{\mathrm{AF}}$)라 할 때, $\overline{\mathrm{OA}}=6$이다. $\overline{\mathrm{AF}}-\overline{\mathrm{BF}}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $\frac{10}{3}\sqrt{2}$
④ $\frac{11}{3}\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD와 중심각의 크기가 $\frac{3}{2}\pi$인 부채꼴 BAC가 있고, 선분 AD의 중점을 M이라 하자. 정사각형 ABCD 위를 움직이는 점 P와 호 AC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\left|\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{MQ}\right|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)(c>0)$인 쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{a^2}=1$ 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 PF가 타원 $x^2+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<1)$과 점 Q에서 접한다.

점 Q의 y좌표가 b^2이고 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PF}'}+b^2$일 때, $30\left(a^2+b^2\right)$의 값을 구하시오. (단, a는 양수이다.) [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.