

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{32}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. 곡선 $y = x^3 + 2x - 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는?

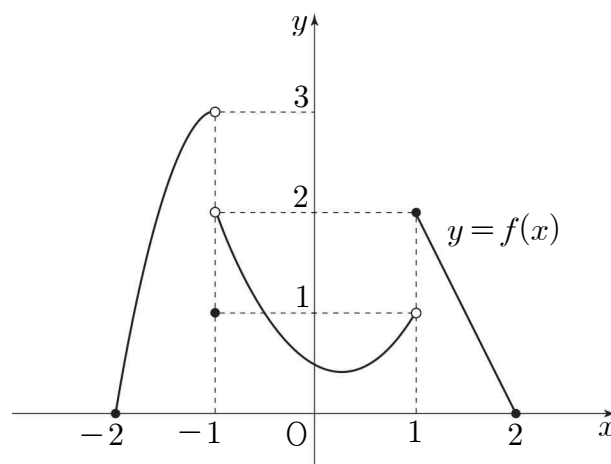
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 5$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 원점을 지나는 곡선 $y=2^{x-a}+b$ 의 점근선이 직선 $y=-4$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)=a \sin bx+1$ 의 주기가 3π 이고 최댓값과 최솟값의 차가 6일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 3ax + 2$$

를 만족시킨다. $f(0) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 첫째항이 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 \times a_5 = 36, \quad a_3 + 2a_4 = 2$$

를 만족시킬 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

9. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + x)f(x)$$

라 하자. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - 4}{h} = 9$ 일 때, $f(1) \times f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

10. 각 A 가 예각인 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]

(가) $\overline{AB} = 4, \overline{AC} = 15$

(나) 삼각형 ABC 의 넓이는 24이다.

- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{65}{8}$ ③ $\frac{35}{4}$ ④ $\frac{75}{8}$ ⑤ 10

11. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 3 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 = a_1 + 4$

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

12. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 11t + 8$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
 ㄴ. 점 P의 가속도가 1이 되는 순간 점 P의 위치는 2이다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(28)$ 의 값은? [4점]

(가) $0 \leq x \leq 12$ 인 모든 실수 x 에 대하여

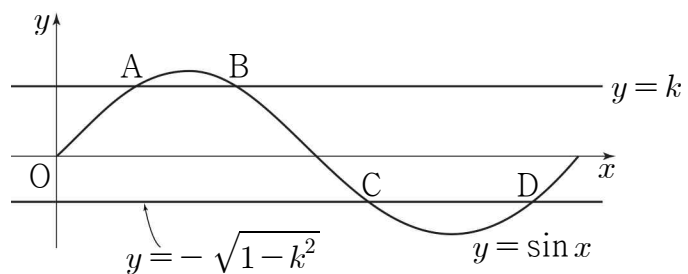
$$(\sqrt{2x+1}-1) \times f(x) = ax$$

이다. (단, a 는 상수이다.)

(나) 모든 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 k 에서 $k+12$ 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{1}{2}$ 이다.

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

14. 그림과 같이 곡선 $y = \sin x (0 \leq x \leq 2\pi)$ 가 직선 $y = k$ 와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 직선 $y = -\sqrt{1-k^2}$ 과 만나는 두 점을 C, D라 하자. $\overline{CD} - \overline{AB} = \frac{2}{9}\pi$ 일 때, 선분 AB의 길이는? (단, k 는 $0 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{36}\pi$ ② $\frac{3}{8}\pi$ ③ $\frac{7}{18}\pi$ ④ $\frac{29}{72}\pi$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

15. $p > 1$ 인 상수 p 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 - px$ 가 있다.
 실수 $t (t > -p)$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와
 직선 $y = x + t$ 가 만나는 점의 x 좌표 중 가장 작은 값을 $\alpha(t)$,
 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자.
 열린구간 $(-p, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$g(t) = \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \{|f(x)| - (x+t)\} dx$$

의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, p 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

단답형

16. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는
 $a\pi$ 이다. a 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 a_{2k} = \sum_{k=1}^7 (k^2 - a_{2k-1})$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{14} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 방정식

$$\log_2(x-4) = \log_{\frac{1}{2}}(x-6) + 3$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식 $x^3 - 3ax^2 + 40a^2 = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 첫째항이 8인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을

만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -2a_n & (a_n \leq 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

(나) $b_3 + b_5 = 2b_4 + 6$, $b_4 + b_6 = 2b_5$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다.
양수 p 와 실수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < p) \\ kf(x-p) & (x \geq p) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x 에 대한 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 모든 실근의 합이 $2p$ 이다.

함수 $g(x)$ 의 극값 중 가장 큰 값이 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 다음 조건을 만족시키는 곡선 $y=2^{x+1}+k$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y=\log_2(x-k)+1$ 위의 점 C가 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 S 라 하자.

- (가) 직선 AB의 기울기는 1이다.
(나) 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정삼각형이다.

$2^{-s+\frac{2}{3}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 함수 $f(x)=4\ln x$ 에 대하여 $f''(2)$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3^{n+1}}{a_n + 3^{n-1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

25. 실수 $t(0 < t < \frac{\pi}{2})$ 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $P(t, \sin 2t)$ 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{t}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

26. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$$a_n = f(n)$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\frac{a_2}{a_1} \text{의 값은? [3점]}$$

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n} - 2n) = 2$$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{a_n + 1}$ 의 값은 자연수이다.

- ① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

27. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = 2e^t - 3e^{-t}, \quad y = 2e^t + 6e^{-t}$$

을 C 라 하자. 상수 k 에 대하여 t 에 대한 방정식 $2e^t + 6e^{-t} = k$ 는 서로 다른 두 실근 t_1, t_2 를 갖는다. 곡선 C 에서 $t = t_1$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은 $-\frac{1}{5}$ 이고, $t = t_2$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은 m 이다. $k+m$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{75}{11}$ ② $\frac{79}{11}$ ③ $\frac{83}{11}$ ④ $\frac{87}{11}$ ⑤ $\frac{91}{11}$

28. 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(b_n - a_n)(b_n - |a_n|) = 0$$

이다.

(나) $\sum_{n=k}^{\infty} (a_{2n+1} + b_{2n+1}) = 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

$b_1 - b_3 = 3a_3 + 5$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다.

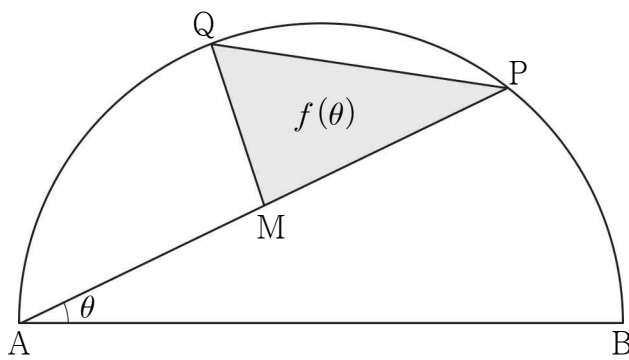
호 AB 위에 점 P를 $\angle BAP = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{3})$ 가 되도록 잡고,

호 AP 위에 점 Q를 $\overline{PQ} = 1$ 이 되도록 잡는다. 선분 AP의 중점을

M이라 할 때, 삼각형 PQM의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\overline{AP} = \frac{6}{5}$ 이

되도록 하는 θ 의 값을 a 라 할 때, $f'(a) = p + q\sqrt{3}$ 이다.

$100 \times |p + q|$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖는다.

함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x)h(x) = x \ln(1 + 3|g(x)|)$$

이고 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $g(k) = 0$ 인 상수 k 에 대하여

함수 $h(x) - |g(x)|$ 는 $x = k$ 에서 미분가능하다.

(나) $4g'(f(1)) = 3f(1) - 4$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.